

CHIA HẾT

1. Chứng minh

- $A = m^3n - mn^3$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên m, n
- $n(n+1)(2n+1)$ chia hết cho 6 với mọi số tự nhiên n
- $n^3 + 3n^2 + 2n$ chỉ hết cho 6 với $n \in \mathbb{Z}$
- với mọi số tự nhiên a, b ta có: $ab(a+b):2$
- $n^5 - n$ chia hết cho 30 với $n \in \mathbb{Z}$
- $14n^3 + 9n^2 + n$ chia hết cho 6 với n là số nguyên bất kì.
- $2019^{2021} + 2021^{2019}$ chia hết cho 2020.
- $A = n^3 + 6n^2 - 19n - 24$ chia hết cho 6 với $n \in \mathbb{N}$
- $B = 5^{n+2} + 26 \cdot 5^n + 8^{2n+1}$ chia hết cho 59 với mọi số tự nhiên n
- $7n^3 + 2009n : 21$ với mọi số nguyên n .
- Với mọi n là số nguyên lẻ. Chứng minh rằng số $B = n^3 + 3n + 2412$ chia hết cho 8
- $A = n^3 + 11n + 2016$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên n
- với mọi n nguyên dương ta đều có $A = 3^{2n} + 2^{3n} - 2^n + 6$ chia hết cho 7
- $n^3 + 5n$ chia hết cho 6 với mọi n là số nguyên
- $n(31n^2 - 1)$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên n
- Chứng minh $(n^3 - 4n)$ chia hết cho 48 với mọi n là số tự nhiên chẵn

2. Chứng minh

- $(n+2)(n+3)(2n+5)$ chia hết cho 6 với mọi n là số nguyên
- $n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n$ chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên n
- $(n+2)(n+3)(2n+5)$ chia hết cho 6 với mọi n là số nguyên
- $D = n^8 + 4n^7 + 6n^6 + 4n^5 + n^4$ chia hết cho 16 với $n \in \mathbb{N}$
- $n(n+2)(49n^2 - 1)$ chia hết cho 24 với mọi $n \in \mathbb{N}$
- Chứng tỏ $2^{2014} + 3^{2014}$ chia hết cho 13
- Chứng minh rằng với mọi số nguyên lẻ n thì $A = n^4 - 10n^2 + 9$ chia hết cho 384.**
- Cho n là số nguyên lẻ. Chứng minh: $n^3 - 3n^2 - n + 3$ chia hết cho 6
- Cho n là số tự nhiên lẻ. Chứng minh rằng $(n^2 + 4n + 3):8$

- Cho số $B = 5 \cdot 24^n + 18$. Chứng minh rằng số B chia hết cho 23 với mọi số tự nhiên n .
- Với mọi $n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh rằng: $B = (n \cdot 2^n)^3 - n \cdot 8^n$ chia hết cho 24.
- $A = n^3 - 6n^2 + 11n - 6$; chia hết cho 6 với mọi $n \in \mathbb{Z}$.
- Chứng minh rằng với mọi số nguyên n , n là một số chẵn thì số $n^3 + 20n$ luôn luôn chia hết cho 48.
- Chứng minh rằng với mọi n là số tự nhiên lẻ, thì $A = 3 \cdot 17^n + 2^{2n} \cdot 3^{n+1} : 29$
- Chứng minh với mọi số nguyên dương n thì $(6^{2n} + 19^n - 2^{n+1})$ chia hết cho 17.
- Một số chia cho 4 dư 3, chia cho 17 dư 8, chia cho 19 dư 10. Hỏi số đó chia cho 1292 dư bao nhiêu?

10. Chứng minh rằng nếu p, q là các số nguyên tố lớn hơn 3 thì $p^2 - q^2$ chia hết cho 24.
11. Nếu $a, a + k, a + 2k$ (a, k thuộc \mathbb{N}^*) là các số nguyên tố lớn hơn 3 thì k chia hết cho 6.
12. Cho $a, b \in \mathbb{Z}$. Chứng minh rằng nếu $16a + 17b$ chia hết cho 11 thì $17a + 16b$ cũng chia hết cho 11 và ngược lại.
13. Chứng minh $n^2 + n + 1$ không chia hết cho 9 với mọi số tự nhiên n .
14. Cho $P, P + 2$ là 2 số nguyên tố lớn hơn 3. Cm tổng của chúng chia hết cho 12.
15. Cho $S = 1 + 5 + 5^2 + 5^3 + 5^4 + \dots + 5^{100} + 5^{101} + 5^{102} + 5^{103}$. Chứng minh rằng S chia hết cho 13.
16. $A = 1 + 3 + 3^2 + 3^3 + 3^4 + \dots + 3^{2010} + 3^{2011}$. Chứng minh rằng số A chia hết cho 40.
17. Chứng minh rằng nếu số nguyên a không chia hết cho 5 thì $M = (a^4 - 5a^2 + 4) : 5$
18. Chứng minh rằng : Nếu x, y là số tự nhiên thì $2x + 3y$ chia hết cho 17 khi và chỉ khi $9x + 5y$ chia hết cho 17.
19. Chứng minh rằng $A = 1^3 + 2^3 + \dots + 100^3$ chia hết cho $B = 1 + 2 + \dots + 100$
20. Chứng minh rằng nếu p là số nguyên tố lớn hơn 3 thì $(p + 1)(p - 1)$ chia hết cho 24
21. Cho $S = 3^0 + 3^2 + 3^4 + \dots + 3^{2020}$. Chứng minh $S : 13$
22. Cho số tự nhiên $\overline{a_1 a_2 \dots a_{n-1} a_n} = 2019^{2020}$. Chứng minh rằng $a_1^3 + a_2^3 + \dots + a_{n-1}^3 + a_n^3 : 3$
23. Cho $D = 11^{n+2} + 12^{2n+1}$. Chứng minh rằng $D : 133$
24. Cho $x, y \in \mathbb{Z}, x + y : 7$. Chứng minh $x^3 + y^3 : 7$
25. Chứng tỏ rằng: $3^{x+1} + 3^{x+2} + 3^{x+3} + 3^{x+4} + \dots + 3^{x+30} : 39$ với mọi $x \in \mathbb{N}$
26. Cho a, b là các số nguyên. Chứng minh rằng : nếu $a^3 + b^3$ chia hết cho 6 thì $a + b$ chia hết cho 6
27. Chứng minh rằng với mọi n nguyên dương thì $3^{n+2} - 2^{n+2} + 3^n - 2^n$ chia hết cho 10.
28. Cho a, b là hai số chính phương lẻ liên tiếp, chứng minh rằng $(a - 1)(b - 1) : 192$.
29. Chứng minh: Với mọi số n nguyên dương thì: $A = 5^n (5^n + 1) - 6^n (3^n + 2^n)$ chia hết cho 91.
30. Cho a, b, c là ba số nguyên. Chứng minh nếu: $a^{2012} + b^{2013} + c^{2014}$ chia hết cho 6 thì $a^{2014} + b^{2015} + c^{2016}$ cũng chia hết cho 6.
31. Cho $x, y \in \mathbb{Z}, x + y : 7$. Chứng minh $x^3 + y^3 : 7$
32. Chứng minh $n(31n^2 - 1)$ chia hết cho 6 với mọi số nguyên n .

33. Chứng minh rằng nếu p, q là các số nguyên tố lớn hơn 3 thì $p^2 - q^2$ chia hết cho 24
34. $n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n$ chia hết cho 24 với mọi số tự nhiên n
35. Cho biểu thức $B = \frac{a^3}{24} + \frac{a^2}{8} + \frac{a}{12}$ với a là số tự nhiên chẵn. Hãy chứng tỏ B có giá trị nguyên.
36. Chứng minh tổng $M = 5^{2018} + 5^{2017} + 5^{2016} + \dots + 5 + 1$ chia hết cho 31.
37. Tìm số nguyên n để $6n + 3$ chia hết cho $3n + 6$
38. Tìm số nguyên n để cho $n + 4$ chia hết cho $n - 1$
39. Chứng minh rằng $A = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + 100^3$ chia hết cho $B = 1 + 2 + 3 + \dots + 100$
40. Chứng minh rằng với n là số nguyên thì biểu thức $\frac{n}{3} + \frac{n^2}{2} + \frac{n^3}{6}$ có giá trị là một số nguyên.
41. Cho đa thức $P(x) = ax^2 + bx + c$, (a là số nguyên dương) thỏa mãn $P(9) - P(6) = 2020$. Chứng minh rằng $P(10) - P(7)$ là một số chẵn.
42. Tìm các số nguyên dương n để $n^5 + 1$ chia hết cho $n^3 + 1$
43. Chứng minh rằng:
 $P(x) = x^{99} + x^{88} + x^{77} + \dots + x^{11} + 1$ chia hết cho $Q(x) = x^9 + x^8 + x^7 + \dots + x + 1$.
44. Cho n là số tự nhiên lớn hơn 1. Chứng minh rằng $n^4 + 4^n$ là hợp số.
45. Với n là số tự nhiên chẵn. Chứng minh $n^3 - 4n$ và $n^3 + 4n$ đều chia hết cho 16